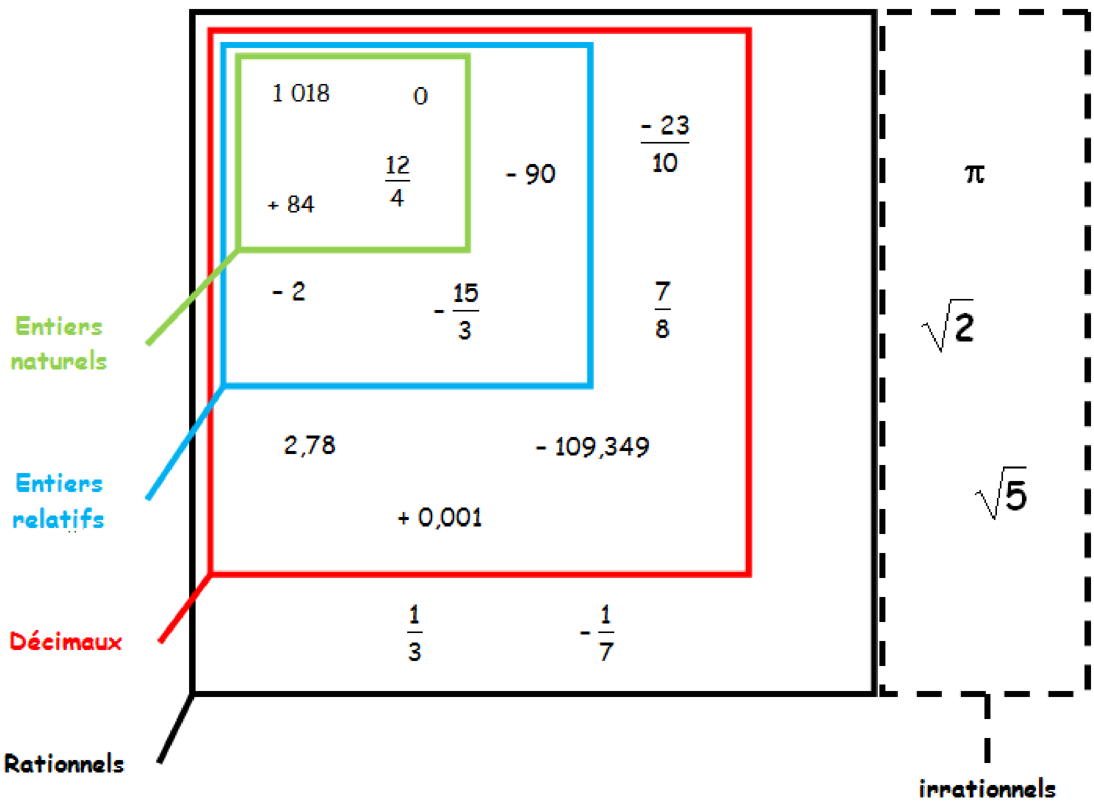
*Dans tout le chapitre nous travaillerons avec des entiers positifs. a,b et n seront des entiers strictement positifs, avec* $b \neq 0$

## I. Les ensembles de nombres

| Nom | Définition | Exemples |
|---|---|---|
| Les entiers naturels | Un nombre entier naturel est un nombre entier positif. | 0 ; 1 ; 3 ; 105 |
| Les entiers relatifs | Un nombre entier relatif est un nombre entier qui est positif ou négatif | -100 ; -2 ; 5 ; 12 |
| Les nombres décimaux | Un nombre décimal peut s'écrire sous la forme d'un nombre fini de chiffres après la virgule. | 2,3 ; $\frac{2}{5}$ ; 10 ; $\frac{-5}{4}$ |
| Les nombres rationnels | Un nombre rationnel est un nombre qui peut s'écrire sous la forme $\frac{a}{b}$ | $2;-\frac{1}{3};\frac{7}{11};\frac{5}{6}$ |
| Les nombres irrationnels | Tous les nombres qui ne sont pas rationnels | $\sqrt{2};\sqrt{7}$ ; $\pi$ |

Tous ces nombres forment l'ensemble des nombres réels.



# II. Divisibilité

## 1) diviseur /multiple

| | |
|---|---|
| **Définition** | On dit que b est un diviseur de a lorsqu'il existe un nombre entier positif n tel que : $a=b\times n$<br>On dit alors que a est un multiple de b.<br>On dit que « b divise a », « b est un diviseur de a », « a est divisible par b » |

| | |
|---|---|
| **Exemples** | $60=15\times4$ , donc 15 est un diviseur de 60, de même pour 4.<br>60 est un multiple de 15 et un multiple de 4.<br>Les diviseurs de 60 sont : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60 |

## 2/Critère de divisibilité

| | |
|---|---|
| **Propriétés** | *Soit p un nombre entier*<br>Si la somme des chiffres de p est divisible par 3, alors p est divisible par 3.<br>Si la somme des chiffres de p est divisible par 9, alors p est divisible par 9.<br>Si les nombres formés par les deux derniers chiffres de p est divisible par 4, alors p est divisible par 4 |
| **Exemples** | Prenons le nombre 20136<br>2 + 0 + 1 + 3 + 6 = 12,<br>12 est divisible par 3 mais pas par 9 , donc 20136 est divisible par 3 mais pas par 9<br>36 est divisible par 4, donc 20136 est divisible par 4 |

# III) Nombres premiers

## 1) définition

| | |
|---|---|
| **Définition** | Un nombre premier est un nombre entier positif qui admet **exactement deux diviseurs** |

| | |
|---|---|
| **Exemples** | 2 , 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29 sont des nombres premiers<br>Tous les nombres pairs supérieurs à 2 ne sont pas premiers (car divisible par 2)<br>1 n'est pas un nombre premier car il n'admet **qu'un seul** diviseur (lui-même) |

| | |
|---|---|
| **Propriété** | Pour montrer que *n* est premier, il suffit de démontrer que *n* n'est divisible par aucun des nombres 1$^{er}$ inférieur ou égal à $\sqrt{n}$ |

| | |
|---|---|
| **Exemple** | $\sqrt{157} \approx 12{,}5$ 157 n'est pas divisible par 2, 3, 5, 7, 11, donc 157 est un nombre 1$^{er}$ |

## 2) décomposition en produits de facteurs

| | |
|---|---|
| **Propriété** | Tout nombre entier supérieur ou égal à 2 se décompose de manière unique en produit de facteurs premiers. |
| **Exemple** | $24 = 12 \times 2 = 4 \times 6$ Mais 12, 4 et 6 ne sont pas des nombres premiers<br>La décomposition de 24 est $24 = 4 \times 6 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 2^3 \times 3$<br>La décomposition de 28 est $\begin{array}{r\|l} 28 & 2 \\ 14 & 7 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$ Donc $28 = 2^2 \times 7$ |

## 3) diviseurs et multiples communs

| | |
|---|---|
| **Définitions** | **Un diviseur commun** est un diviseur qui **divise les deux nombres**<br>**Un multiple commun** est un multiple **que possède les deux nombres** |
| **Exemples** | **Décomposition :** $24 = 2^3 \times 3$ et $36 = 2^2 \times 3^2$<br>1/On cherche les **diviseurs commun** à 24 et 36<br>diviseurs de 24 : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 8 ; 12 ; 24<br>diviseurs de 36 : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 9 ; 12 ; 18 ; 36<br>1 ; 2 ; 3; 4 ; 6 et 12 sont des diviseurs communs à 24 et 36.<br>2/ On cherche des **multiples communs** à 24 et 36<br>Multiples de 24 : 24 ; 48 ; 72 ; 96 ; 120 ; 144 …<br>Multiples de 36 : 36 ; 72 ; 108 ; 144 ; …<br>72 et 144 sont des multiples communs à 24 et 36 |

## 3) fractions irréductibles

| | |
|---|---|
| **Définition** | Une fraction est irréductible lorsqu'elle ne peut plus être simplifiée |
| **Exemple** | $\frac{24}{28} = \frac{2^3 \times 3}{2^2 \times 7} = \frac{2 \times 3}{7} = \frac{6}{7}$ (forme irréductible) |