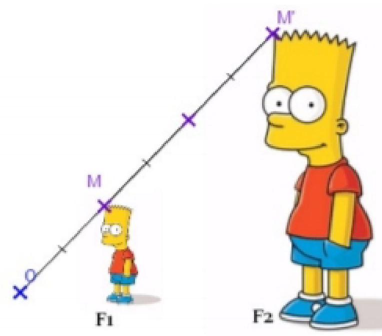
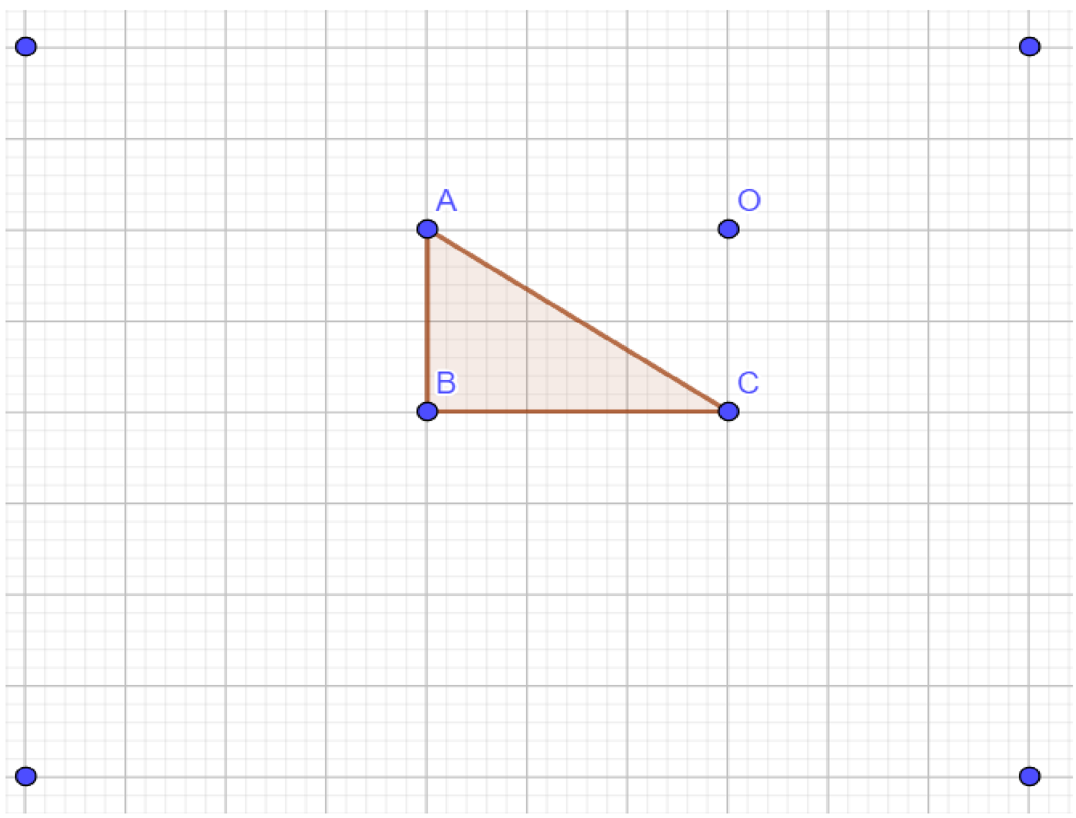
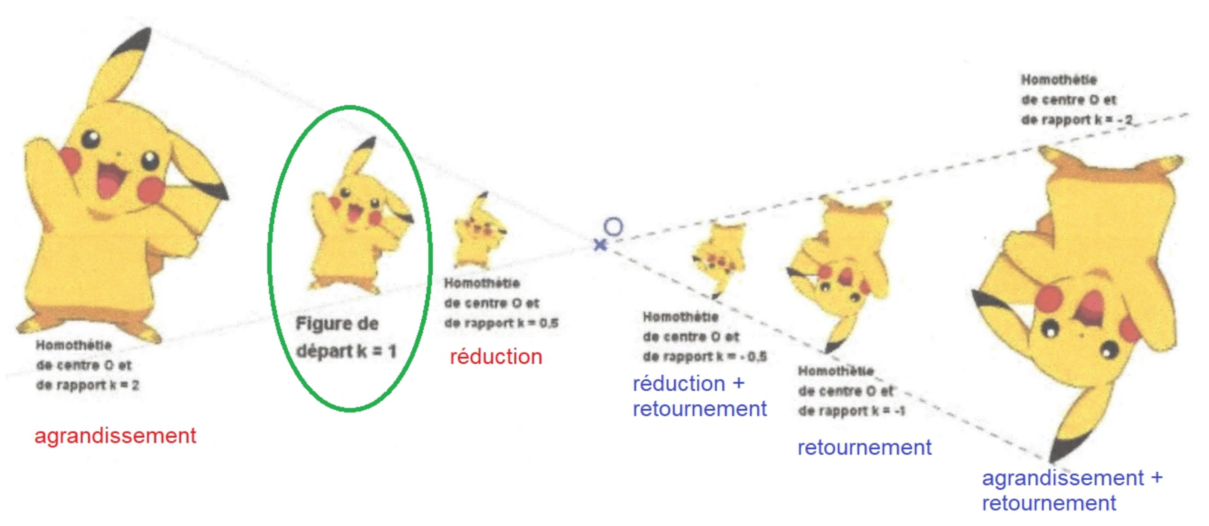
Chapitre 7	Homothétie et conséquences	3^e	2023-24

I) Homothétie

Définition	Soit un point O et k un nombre réel **Transformer une figure par homothétie** de **centre O** et de **rapport k**, revient à l'agrandir ou la réduire en faisant glisser ses points le long de droites passant par O avec un rapport de longueur *k* 
Exemple	On a construit une homothétie de Bart de centre O et de rapport 3 pour passer de la figure 1 à la figure 2 On a construit une homothétie de Bart de centre O et de rapport $\frac{1}{3}$ pour passer de la figure 2 à la figure 1

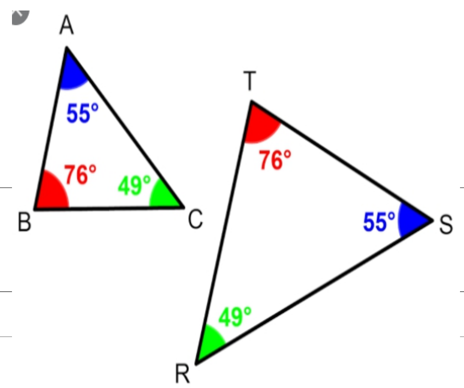
Exemple (à coller	Soit ABC un triangle et O un point. Construire en rouge l'homothétie de ABC de rapport 2 et de centre O Construire en vert l'homothétie de ABC de rapport -1/2 et de centre O 

Propriétés	Soit une homothétie de rapport k - **Si k > 1**, l'homothétie est un **agrandissement** - **Si 0 < k < 1**, l 'homothétie est une **réduction** Si **-1 < k < 0**, on obtient une **réduction et un retournement** Si **k < -1**, on obtient un **agrandissement et un retournement**

exemples	

II) Agrandissement et réduction

1) Triangles semblables



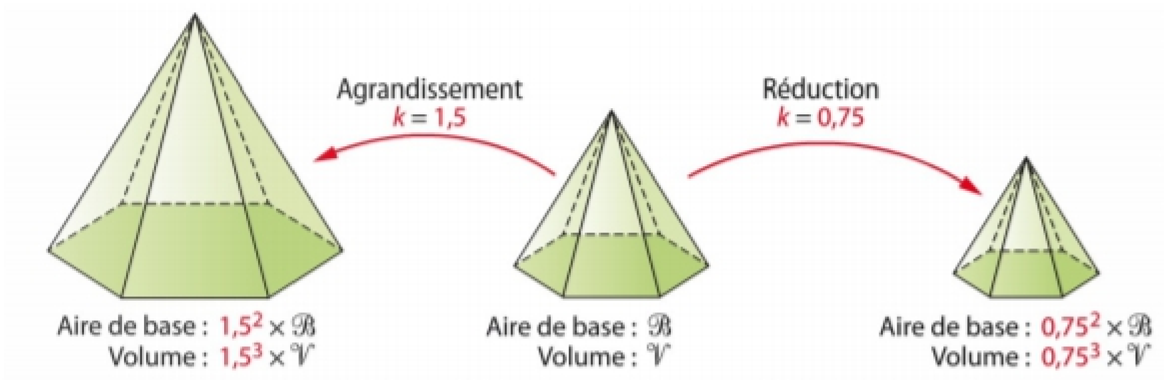
Définition	Deux triangles sont semblables si leurs 3 angles sont respectivement égaux

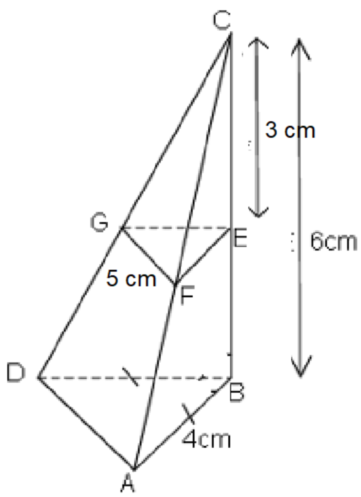
Propriété	Si deux triangles sont semblables alors leurs **côtés respectifs sont proportionnels.** Dans une homothétie, les triangles sont donc semblables Le coefficient de proportionnalité est le **rapport d'homothétie**

Exemples	Dans l'exemple, les angles des triangles sont respectivement égaux donc les triangles ABC et TSR sont semblables. ABC est une réduction de TSR (et TSR est un agrandissement de ABC) Donc $AB \times coef\ agr = TS$ $AC \times coef\ agr = SR$ $BC \times coef\ agr = TR$ Ainsi on a $coef\ agr = \frac{TS}{AB} = \frac{SR}{AC} = \frac{TR}{BC}$

Propriété	$\text{coef}_{\text{agrandi}} = \dfrac{\text{côté agrandi}}{\text{côté réduit}}$	$\text{coef}_{\text{réduit}} = \dfrac{\text{côté réduit}}{\text{côté agrandi}}$

2) Conséquences de l'homothétie

Propriété	Dans un agrandissement ou une réduction de **rapport k, avec k >0** - **Les mesures d'angles** sont conservées - **Les longueurs** sont multipliées par k - **Les aires** sont multipliées par k^2 - **Les volumes** sont multipliées par k^3 

Exemple	La pyramide CEFG est une réduction de la pyramide CBDA 	**Calcul du coef d'agrandissement et de réduction** $\text{kred} = \dfrac{CE}{CB} = \dfrac{3}{6} = 0{,}5$ $\quad \text{kagr} = \dfrac{CB}{CE} = \dfrac{6}{3} = 2$ **Calcul d'une longueur :** $FE = \text{coef redu} \times AB = 0{,}5 \times 4 = 2$ cm $DA = \text{coef agr} \times GF = 2 \times 5 = 10$ cm **calcul de l'aire :** Aire de ABD= 8 cm^2 Donc Aire $(FEG) = 8 \times 0{,}5^2 = 2$ cm^2 **calcul du volume :** V (CEFG)est 2 cm^3 Donc V $(ABCD) = 2 \times 2^3 = 16$ cm^3