

Dans tout le chapitre nous travaillerons avec des entiers positifs. a, b et n seront des entiers strictement positifs, avec $b \neq 0$

I. Divisibilité

1) Division Euclidienne

Définition

Effectuer la division euclidienne de a par b signifie déterminer deux nombres entiers positifs q et r tels que : $a = b \times q + r$ et $r < b$
 q est le quotient entier et r est le reste

Exemples

$$\begin{array}{r} 86 \div 3 = 28 \text{ r } 2 \end{array}$$

On écrit alors : $86 = 3 \times 28 + 2$

2) Diviseur d'un nombre entier

Définition

On dit que b est un diviseur de a lorsque $a = b \times n$

→ Il n'y a pas de reste à la division euclidienne

On dit alors que a est un multiple de b .

On dit que « b divise a », « b est un diviseur de a », « a est divisible par b »

Exemples

$60 = 15 \times 4$, donc 15 est un diviseur de 60, de même pour 4.

60 est un multiple de 15 et un multiple de 4.

Les diviseurs de 60 sont : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60

3) Critère de divisibilité

Propriétés

Soit p un nombre entier

Si la somme des chiffres de p est divisible par 3 ou 9, alors p est divisible par 3 ou 9

Si les nombres formés par les deux derniers chiffres de p est divisible par 4, alors p est divisible par 4

Exemples	Prenons le nombre 20136 $2 + 0 + 1 + 3 + 6 = 12,$ 12 est divisible par 3 mais pas par 9 , donc 20136 est divisible par 3 mais pas par 9 36 est divisible par 4, donc 20136 est divisible par 4
-----------------	---

III) Nombres premiers

1) définition

Définition	Un nombre premier est un nombre entier positif qui admet <u>exactement deux diviseurs</u> 2 , 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 sont des nombres premiers (à apprendre)
-------------------	--

Propriétés	Tous les nombres pairs supérieurs à 2 ne sont pas premiers (car divisible par 2) 1 n'est pas un nombre premier car il n'admet <u>qu'un seul</u> diviseur (lui-même)
-------------------	---

2) décomposition en produits de facteurs

<u>Propriété</u>	Tout nombre entier supérieur ou égal à 2 se décompose de manière unique en <u>produit de facteurs premiers</u> .											
<u>Exemple</u>	$24 = 12 \times 2 = 4 \times 6$ Mais 12, 4 et 6 ne sont pas des nombres premiers <u>Méthode 1</u> <table><tr><td>24</td><td>2</td><td rowspan="5">} Uniquement des nombres premiers</td></tr><tr><td>12</td><td>2</td></tr><tr><td>6</td><td>3</td></tr><tr><td>2</td><td>2</td></tr><tr><td>1</td><td></td></tr></table> La décomposition de 24 est $24 = 2^3 \times 3$ <u>Méthode 2</u> $28 = 2 \times 14 = 2 \times 2 \times 7 = 2^2 \times 7$ La décomposition de 28 est $28 = 2^2 \times 7$	24	2	} Uniquement des nombres premiers	12	2	6	3	2	2	1	
24	2	} Uniquement des nombres premiers										
12	2											
6	3											
2	2											
1												