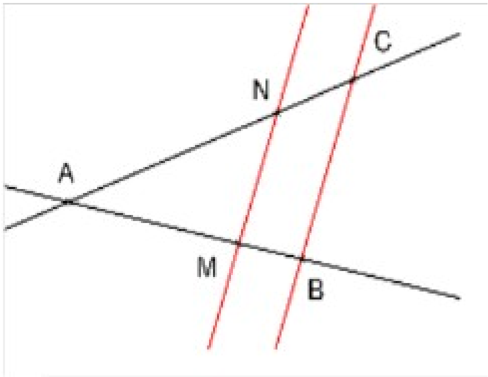
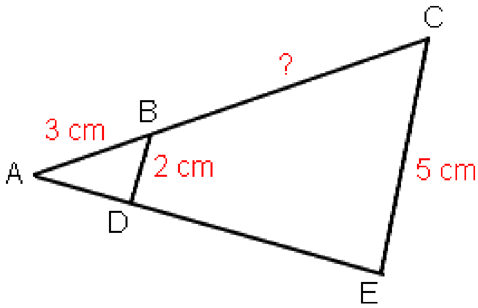
Chap 13	Thalès et agrandissement	4e	2023-24

I) Théorème de Thalès

1) Le théorème de Thalès

Théorème de Thalès	**Si** **les droites (NC) et (BM) sont sécantes en A** **et si** les droites (MN) et (BC) **sont parallèles,** **alors** on a l'égalité de Thalès : $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$ 

Propriétés	Le triangle AMN est une **réduction ou un agrandissement** du triangle ABC. On dit que les triangles AMN et ABC sont **semblables**

Exemple 1	Les droites (BD) et (CE) sont parallèles. Calculer AC  	On sait que : (BC) et (DE) sont sécantes en A et que (BD) // (CE), D'après le théorème de Thalès, On a $\frac{AB}{AC}=\frac{AD}{AE}=\frac{BD}{CE}$ donc $\frac{3}{AC}=\frac{AD}{AE}=\frac{2}{5}$ $AC=\frac{3\times5}{2}=7{,}5\,cm$

II) Démonstration du parallélisme

Rappel	Soit a, b, c, d des nombres avec $b\neq0\;et\;d\neq0$ $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ si et seulement si $a\times d=b\times c$ (c'est le produit en croix)

1) La contraposée du théorème de Thalès

Contraposée du théorème de Thalès :

Si les droites (NC) et (BM) sont sécantes en A

et si $\frac{AM}{AB} \neq \frac{AN}{AC}$

alors les droites (MN) et (BC) **ne sont pas parallèles**.

Exemple

Les droites (MN) et (BC) sont-elles parallèles ?

On a (NC) et (MB) sécantes en A

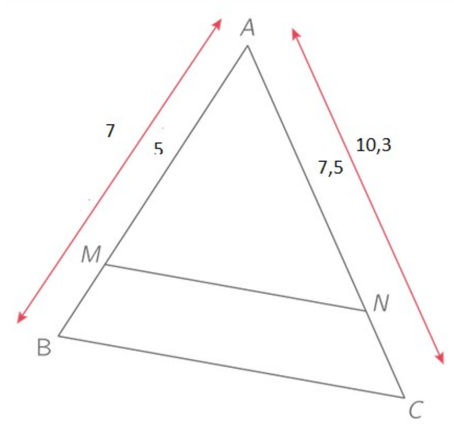
On compare $\frac{AM}{AB}=\frac{5}{7} \quad \cancel{\text{et} \quad \frac{AN}{AC}=} \frac{7,5}{10,3}$

On a: $5 \times 10,3 = 51,5$ et $7 \times 7,5 = 52,5$

Donc : $\frac{AM}{AB} \neq \frac{AN}{AC}$

D'après la contraposée du théorème de Thalès ,

Les droites (MN) et (BC) ne sont pas parallèles.



2) La réciproque du théorème de Thalès

Réciproque du théorème de Thalès

Si les points A, M, B et les points A, N, C sont **alignés dans le même ordre**

et si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$

alors les droites (MN) et (BC) **sont parallèles**.

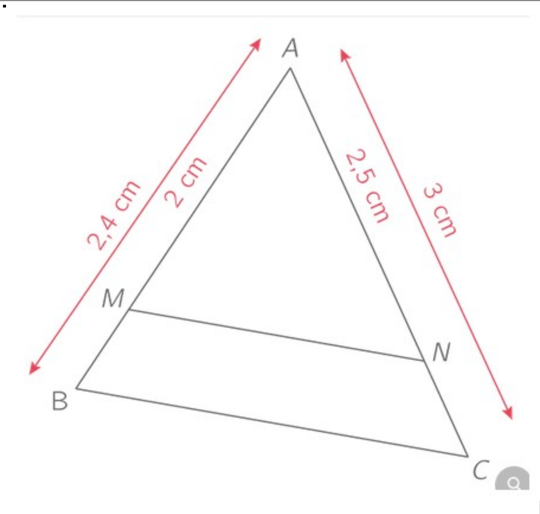
Exemple

Démontrer que (MN) et (CB) sont parallèles.

Les points A, M, B et A, N, C sont alignés dans le même ordre.

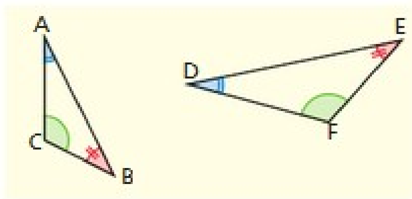
On compare $\frac{AM}{AB}=\frac{2}{2,4} \quad \cancel{\text{et} \quad \frac{AN}{AC}=} \frac{2,5}{3}$

On a $2\times3=6$ et $2,5\times2,4=6$

		donc $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ D'après la réciproque du théorème de Thalès, Les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

III) Agrandissement et réduction

1) Triangles semblables

Définition	Deux triangles sont semblables si leurs 3 angles respectifs sont égaux 

Propriété	Si deux triangles sont semblables alors leurs **côtés respectifs sont proportionnels.**

Exemples	Dans l'exemple précédent, on a $\widehat{CAB} = \widehat{FDE}$, $\widehat{CBA} = \widehat{FED}$ et $\widehat{ACB} = \widehat{DFE}$, donc les triangles ABC et EFD sont semblables. Ainsi on a $\frac{AB}{DE} = \frac{CA}{DF} = \frac{CB}{FE}$

Propriété	$k_{\text{agrandi}} = \frac{\text{côté agrandi}}{\text{côté réduit}}$ $k_{\text{réduit}} = \frac{\text{côté réduit}}{\text{côté agrandi}}$

2) Conséquences de l'homothétie

Propriété	Dans un agrandissement ou une réduction de **rapport k, avec k >0** - **Les mesures d'angles** sont conservées - **Les longueurs** sont multipliées par k

III) Échelle d'une carte

Définition	Sur une carte ou pour une maquette, on utilise une **échelle**
Propriété	Utiliser une **échelle 1/200 000** signifie que 1 cm sur la carte représente 200 000 cm = 2km en vraie
Attention	Lorsque l'on définit l'échelle, les deux nombres doivent être **dans la même unité**.

Exemple

1/Sur une carte 2 cm représente 11km en vraie. Quelle est l'échelle utilisée ?

Carte (en cm)	2 cm	**1 cm**
En vrai (en cm)	11 km	x

On a 1 cm représente 5,5km = 550 000cm. L'échelle utilisée est donc 1/550 000

2/ La distance entre deux villes est 11,8 cm sur cette même carte.

Quelle est leur distance réelle entre ces deux villes ?

Carte (en cm)	1 cm	11,8 cm
En vrai (en km)	5,5 km	x

$x = 11{,}8 \times 5{,}5 = 64{,}9$ km. La distance réelle est 64,9 km