

I) Notion de probabilité

Définition : Une expérience est dite **aléatoire** lorsqu'elle a plusieurs **issues** possibles (résultats) et que l'on ne peut prévoir sera réalisées.

Un événement est un ensemble de résultats qui peuvent ou non se réaliser

Un événement élémentaire est composé d'une seule issue

Lorsque tous les événements élémentaires ont la même probabilité, on dit que l'expérience est **équiprobable**

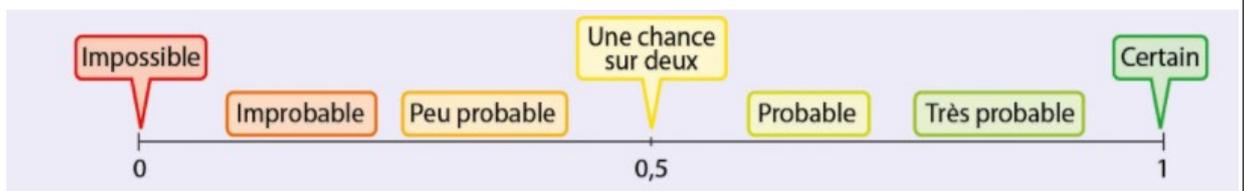
Deux événements sont **incompatibles** s'ils ne peuvent pas se réaliser en même temps.

Un **événement certain** est un événement dont on est sûr qu'il va se réaliser

Un **événement impossible** est un événement qui ne peut se réaliser

Propriété : La probabilité d'un événement est un nombre compris **entre 0 et 1**

La somme des probabilités des événements élémentaires d'une expérience **vaut 1**



Exemples : **Ex 1 :** Lors d'un lancer de dé cubique :

Les issues sont : { 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 }

On est dans une situation équiprobable

Obtenir le chiffre 1 est un événement élémentaire et $P(1) = \frac{1}{6} \approx 0,1667$

Si on additionne $P(1) + \dots + P(6) = \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{6} = 1$

Obtenir 2 et 3 sur un lancer sont des événements incompatibles

Un événement impossible est obtenir un 7

Un événement certain est obtenir un nombre

II) Calcul de probabilités

1) Propriétés

Propriété :	Dans une expérience aléatoire équiprobable, la probabilité d'un événement A est : $P(A) = \frac{\text{nombre d'issues qui réalisent A}}{\text{nombre d'issues total}}$
--------------------	---

Exemples :	Voici le sport de 30 élèves d'une classe de 3 ^e . On prend un élève au hasard. <table border="1" data-bbox="322 443 1476 672"><thead><tr><th>Sport</th><th>football</th><th>Basket</th><th>Tennis</th></tr></thead><tbody><tr><td>Nombre d'élèves</td><td>10</td><td>14</td><td>6</td></tr><tr><td>Probabilité</td><td>$\frac{10}{30} = \frac{1}{3}$</td><td>$\frac{14}{30} = \frac{7}{15}$</td><td>$\frac{6}{30} = \frac{1}{5}$</td></tr></tbody></table> <p>Soit l'événement A = l'élève joue à l'extérieur $P(A) = \frac{10}{30} + \frac{6}{30} = \frac{16}{30} = \frac{8}{15}$</p> <p>et l'événement : B = l'élève fait un sport à ballon $P(B) = \frac{10}{30} + \frac{14}{30} = \frac{24}{30} = \frac{4}{5}$</p>	Sport	football	Basket	Tennis	Nombre d'élèves	10	14	6	Probabilité	$\frac{10}{30} = \frac{1}{3}$	$\frac{14}{30} = \frac{7}{15}$	$\frac{6}{30} = \frac{1}{5}$
Sport	football	Basket	Tennis										
Nombre d'élèves	10	14	6										
Probabilité	$\frac{10}{30} = \frac{1}{3}$	$\frac{14}{30} = \frac{7}{15}$	$\frac{6}{30} = \frac{1}{5}$										

2) Événements contraires

Définition :	L'événement contraire d'un événement est composés de tous les événements qui ne composent pas A. On note non A ou \bar{A}
Propriété :	Pour tout événement A, $P(A) + P(\bar{A}) = 1$

Exemple :	On note A l'événement : Obtenir du trèfle dans un jeu de 32 cartes. $P(A) = \frac{8}{32} = \frac{1}{4}$ <p>L'événement \bar{A} est «ne pas obtenir du trèfle», donc obtenir du cœur, du pique ou du carreau.</p> $P(A) + P(\bar{A}) = 1 \text{ donc } P(\bar{A}) = \frac{3}{4} = \frac{24}{32}$
------------------	---

Exemples :	<p><u>Donner la probabilité des événements suivants :</u></p> <p>Interroger une fille $P(F) = \frac{225}{402}$</p> <p>Interroger une fille scientifique $P(FS) = \frac{78}{402}$</p> <p>Interroger un non scientifique</p> <p>Une université a dénombré ses étudiants issus d'un Baccalauréat scientifique (noté S) suivant leur sexe (F ou G). Les résultats sont donnés dans le tableau suivant.</p> <table border="1" data-bbox="965 1841 1401 2020"><thead><tr><th></th><th>S</th><th>\bar{S}</th><th>Total</th></tr></thead><tbody><tr><th>F</th><td>78</td><td>147</td><td>225</td></tr><tr><th>G</th><td>102</td><td>75</td><td>177</td></tr><tr><th>Total</th><td>180</td><td>222</td><td>402</td></tr></tbody></table>		S	\bar{S}	Total	F	78	147	225	G	102	75	177	Total	180	222	402
	S	\bar{S}	Total														
F	78	147	225														
G	102	75	177														
Total	180	222	402														

$$P(\overline{S}) = \frac{222}{402}$$

Parmi les garçons, interroger un scientifique $P(SG) = \frac{102}{177}$

3) Lien entre fréquence et probabilité

Propriété : Dans une expérience aléatoire, la fréquence d'une issue obtenue tend à se rapprocher de la probabilité de l'issue lorsque l'on répète l'expérience un grand nombre de fois. C'est la Loi des grands nombres

Rappel

$$\text{fréquence} = \frac{\text{effectif}}{\text{effectif total}}$$

Exemple

On lance un dé équilibré. On regarde le nombre de fois que l'on obtient 4 et on calcule la fréquence d'apparition de 4. $P(4) = \frac{1}{6} \approx 0,16666666...$

Nombre de lancers, n	10	50	100	500	1 000	10 000	100 000
Nombre de 4 obtenu	3	10	19	76	161	1 681	16 649
Fréquence d'apparition du chiffre 4	0,30	0,20	0,19	0,152	0,161	0,1681	0,16649

Plus on réalise l'expérience un grand nombre de fois, plus la fréquence se rapproche de la probabilité d'obtenir 4

III) Expérience aléatoire à deux épreuves

Méthode

Dans une expérience aléatoire à deux épreuves, il faut énumérer les cas possibles pour calculer la probabilité d'un événement donné

Exemple

Léo a 4 stylos bleus et 3 stylos rouges. Il a 2 feutres rouges et un feutre bleu. Il prend un stylo au hasard, puis un feutre.

On note A l'événement « obtenir deux crayons de même couleur »

Quelle est la probabilité de A ?

<i>stylos</i>	<i>B</i>	<i>B</i>	<i>B</i>	<i>B</i>	<i>R</i>	<i>R</i>	<i>R</i>
<i>feutres</i>							
<i>R</i>							
<i>R</i>							
<i>B</i>							

Il y a 21 cas combinaisons possibles (3×7)

10 combinaisons sont favorables à l'événement A, donc $P(A) = \frac{10}{21}$